

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер D1203219

1. Стороны треугольника на плоскости с аффинной системой координат лежат на прямых, заданных общими уравнениями $A_0 + A_1x_1 + A_2x_2 = 0$, $B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 = 0$ и $C_0 + C_1x_1 + C_2x_2 = 0$. Найдите ранги матриц

$$P = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 & A_2 \\ B_0 & B_1 & B_2 \\ C_0 & C_1 & C_2 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad Q = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 \\ B_0 & B_1 \\ C_0 & C_1 \end{bmatrix}.$$

2. Докажите, что линейное многообразие решений системы $Ax = b$ с $m \times n$ -матрицей A представляет собой плоскость размерности $n - \text{rank}(A)$.
3. Докажите, что в группе нечетного порядка $n \geq 3$ каждый элемент коммутирует не меньше чем с тремя элементами этой группы.
4. Докажите, что многочлен $1 + x + \dots + x^{p-1} \in \mathbb{Q}[x]$ является неприводимым в случае простого p .